Základní pojmy teorie pravděpodobnosti

Jiří Neubauer

Katedra ekonometrie, FVL, UO Brno
kancelář 69a, tel. 973 442029
email:Jiri.Neubauer@unob.cz

Základní pojmy z teorie pravděpodobnosti

- Náhodný pokus a náhodný jev
- Pravděpodobnost náhodného pokusu
- Definice pravděpodobnosti (statistická, klasická, geometrická)
- Podmíněná pravděpodobnost
- Pravidlo o sčítání a násobení pravděpodobností
- Formule úplné pravděpodobnosti a Bayesův vzorec

Základní pojmy z teorie pravděpodobnosti

- Náhodný pokus a náhodný jev
- Pravděpodobnost náhodného pokusu
- Definice pravděpodobnosti (statistická, klasická, geometrická)
- Podmíněná pravděpodobnost
- Pravidlo o sčítání a násobení pravděpodobností
- Formule úplné pravděpodobnosti a Bayesův vzorec

Základní pojmy z teorie pravděpodobnosti

- Náhodný pokus a náhodný jev
- Pravděpodobnost náhodného pokusu
- Definice pravděpodobnosti (statistická, klasická, geometrická)
- Podmíněná pravděpodobnost
- Pravidlo o sčítání a násobení pravděpodobností
- Formule úplné pravděpodobnosti a Bayesův vzorec

Základní pojmy z teorie pravděpodobnosti

- Náhodný pokus a náhodný jev
- Pravděpodobnost náhodného pokusu
- Definice pravděpodobnosti (statistická, klasická, geometrická)
- Podmíněná pravděpodobnost
- Pravidlo o sčítání a násobení pravděpodobností
- Formule úplné pravděpodobnosti a Bayesův vzorec

Základní pojmy z teorie pravděpodobnosti

- Náhodný pokus a náhodný jev
- Pravděpodobnost náhodného pokusu
- Definice pravděpodobnosti (statistická, klasická, geometrická)
- Podmíněná pravděpodobnost
- Pravidlo o sčítání a násobení pravděpodobností
- Formule úplné pravděpodobnosti a Bayesův vzorec

Základní pojmy z teorie pravděpodobnosti

- Náhodný pokus a náhodný jev
- Pravděpodobnost náhodného pokusu
- Definice pravděpodobnosti (statistická, klasická, geometrická)
- Podmíněná pravděpodobnost
- Pravidlo o sčítání a násobení pravděpodobností
- Formule úplné pravděpodobnosti a Bayesův vzorec

Náhodný pokus a náhodný jev

- *Náhodný pokus* je každá činnost, jejíž výsledek není jednoznačně určen podmínkami, za kterých probíhá (např. hod kostkou, měření délky, běh na 100 metrů, losování v loterii atd.).
- Výsledkem náhodného pokusu je *náhodný jev*. (např. padlo 5 ok, délka je 25,7cm, dosažený čas je 13,8 s, vylosovaný los je B265430, atd.).

Náhodný pokus a náhodný jev

- *Náhodný pokus* je každá činnost, jejíž výsledek není jednoznačně určen podmínkami, za kterých probíhá (např. hod kostkou, měření délky, běh na 100 metrů, losování v loterii atd.).
- Výsledkem náhodného pokusu je *náhodný jev.* (např. padlo 5 ok, délka je 25,7cm, dosažený čas je 13,8 s, vylosovaný los je B265430, atd.).

Náhodný pokus a náhodný jev

- jev jistý Ω – při provedení náhodného pokusu nastane vždy
- jev nemožný $\emptyset$ – jev, který nemůže nikdy nastat
- elementární jev ω – jestliže neexistují jevy A, B takové, že $\omega = A \cup B$

Náhodný pokus a náhodný jev

- jev jistý Ω – při provedení náhodného pokusu nastane vždy
- jev nemožný $\emptyset$ – jev, který nemůže nikdy nastat
- elementární jev ω – jestliže neexistují jevy A, B takové, že $\omega = A \cup B$

Náhodný pokus a náhodný jev

- jev jistý Ω – při provedení náhodného pokusu nastane vždy
- jev nemožný $\emptyset$ – jev, který nemůže nikdy nastat
- elementární jev ω – jestliže neexistují jevy A, B takové, že $\omega = A \cup B$

Náhodný pokus a náhodný jev

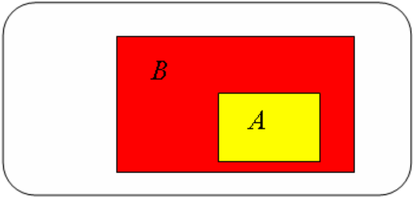
- Množinu všech elementárních jevů nazýváme *prostor elementárních jevů*. Může být buď konečný $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$ nebo nekonečný $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n, \dots\}$.
- Libovolný náhodný jev je podmnožina prostoru náhodných jevů (A ... padne sudé číslo, tj. $A = \{2, 4, 6\}$).

Náhodný pokus a náhodný jev

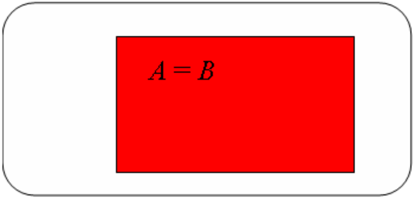
- Množinu všech elementárních jevů nazýváme *prostor elementárních jevů*. Může být buď konečný $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}$ nebo nekonečný $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n, \ldots\}$.
- Libovolný náhodný jev je podmnožina prostoru náhodných jevů ($A \ldots$ padne sudé číslo, tj. $A = \{2, 4, 6\}$).

Vztahy mezi jevy (odpovídají množinovým relacím):

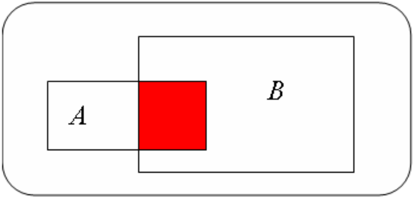
- jev A je částí jevu B ($A \subset B$), pokud nastane jev A nastane i jev B



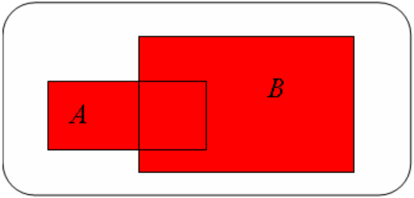
- jevy A a B jsou rovnocenné ($A = B$), jev A nastane právě když nastane jev B



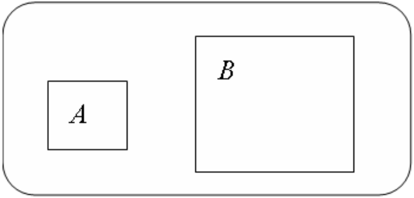
- průnik jevů A a B ($A \cap B$), současně nastane jev A i B



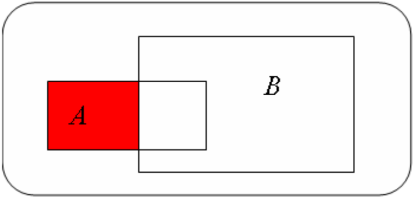
- sjednocení jevů A a B ($A \cup B$), nastane alespoň jeden z jevů A a B



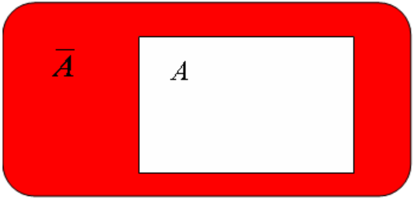
- jevy A a B se nazývají neslučitelné, jestliže při jednom náhodném pokusu nemohou současně nastat ($A \cap B = \emptyset$)



- rozdílem dvou jevů $A - B$ se rozumí jev, který nastane právě když nastane jev A a nenastane jev B



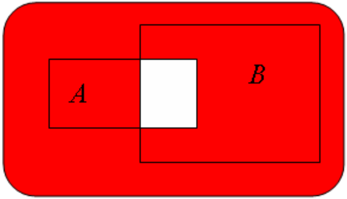
- opačný jev k jevu A je ten, který znamená že jev A nenastal, označuje se $\overline{A}$

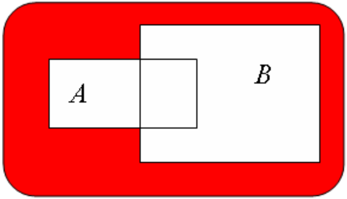


Platí tyto vztahy

$$A \cup \overline{A} = \Omega, A \cap \overline{A} = \emptyset.$$

Z obrázku je patrné, že



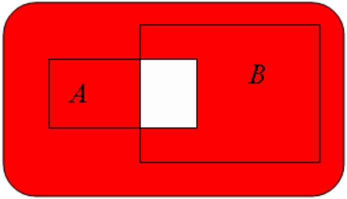


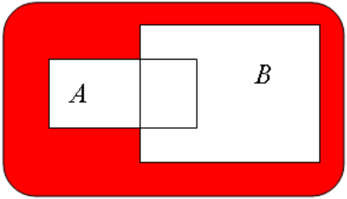
$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \qquad \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

Pro větší počet jevů platí podobně

$$\overline{\bigcap_i A_i} = \bigcup_i \overline{A_i} \quad \text{a} \quad \overline{\bigcup_i A_i} = \bigcap_i \overline{A_i}.$$

Z obrázku je patrné, že





$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \qquad \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

Pro větší počet jevů platí podobně

$$\overline{\bigcap_i A_i} = \bigcup_i \overline{A_i} \quad \text{a} \quad \overline{\bigcup_i A_i} = \bigcap_i \overline{A_i}.$$

Axiomy teorie pravděpodobnosti

- Pravděpodobnost jevu A je nezáporné číslo ($P(A) \geq 0$).
- Pravděpodobnost jistého jevu Ω je rovna jedné ($P(\Omega) = 1$).
- Pravděpodobnost sjednocení konečného (nebo spočetného) počtu neslučitelných jevů je rovna součtu pravděpodobností jednotlivých jevů

$$P\left(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n\right) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n).$$

Axiomy teorie pravděpodobnosti

- Pravděpodobnost jevu A je nezáporné číslo ($P(A) \geq 0$).
- Pravděpodobnost jistého jevu Ω je rovna jedné ($P(\Omega) = 1$).
- Pravděpodobnost sjednocení konečného (nebo spočetného) počtu neslučitelných jevů je rovna součtu pravděpodobností jednotlivých jevů

$$P\left(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n\right) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n).$$

Axiomy teorie pravděpodobnosti

- Pravděpodobnost jevu A je nezáporné číslo ($P(A) \geq 0$).
- Pravděpodobnost jistého jevu Ω je rovna jedné ($P(\Omega) = 1$).
- Pravděpodobnost sjednocení konečného (nebo spočetného) počtu neslučitelných jevů je rovna součtu pravděpodobností jednotlivých jevů

$$P\left(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n\right) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n).$$

Z axiomů vyplývají další vlastnosti pravděpodobnosti:

- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(\emptyset) = 0$
  Vzhledem k tomu, že jevy Ω a $\emptyset$ jsou neslučitelné a $\Omega \cup \emptyset = \Omega$, platí $P(\Omega) + P(\emptyset) = 1$, tedy $1 + P(\emptyset) = 1 \Rightarrow P(\emptyset) = 0$.
- $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
  Jevy $A, \overline{A}$ jsou neslučitelné a $P(A) \cup P(\overline{A}) = 1$, takže $P(A) + P(\overline{A}) = 1 \Rightarrow P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.

Z axiomů vyplývají další vlastnosti pravděpodobnosti:

- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(\emptyset) = 0$
  Vzhledem k tomu, že jevy Ω a $\emptyset$ jsou neslučitelné a $\Omega \cup \emptyset = \Omega$, platí $P(\Omega) + P(\emptyset) = 1$, tedy $1 + P(\emptyset) = 1 \Rightarrow P(\emptyset) = 0$.
- $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
  Jevy $A, \overline{A}$ jsou neslučitelné a $P(A) \cup P(\overline{A}) = 1$, takže $P(A) + P(\overline{A}) = 1 \Rightarrow P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.

Z axiomů vyplývají další vlastnosti pravděpodobnosti:

- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(\emptyset) = 0$
  Vzhledem k tomu, že jevy Ω a $\emptyset$ jsou neslučitelné a $\Omega \cup \emptyset = \Omega$, platí $P(\Omega) + P(\emptyset) = 1$, tedy $1 + P(\emptyset) = 1 \Rightarrow P(\emptyset) = 0$.
- $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
  Jevy $A, \overline{A}$ jsou neslučitelné a $P(A) \cup P(\overline{A}) = 1$, takže $P(A) + P(\overline{A}) = 1 \Rightarrow P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.

Z axiomů vyplývají další vlastnosti pravděpodobnosti:

- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(\emptyset) = 0$
  Vzhledem k tomu, že jevy Ω a $\emptyset$ jsou neslučitelné a $\Omega \cup \emptyset = \Omega$, platí $P(\Omega) + P(\emptyset) = 1$, tedy $1 + P(\emptyset) = 1 \Rightarrow P(\emptyset) = 0$.
- $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
  Jevy $A, \overline{A}$ jsou neslučitelné a $P(A) \cup P(\overline{A}) = 1$, takže $P(A) + P(\overline{A}) = 1 \Rightarrow P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.

Z axiomů vyplývají další vlastnosti pravděpodobnosti:

- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(\emptyset) = 0$
  Vzhledem k tomu, že jevy Ω a $\emptyset$ jsou neslučitelné a $\Omega \cup \emptyset = \Omega$, platí $P(\Omega) + P(\emptyset) = 1$, tedy $1 + P(\emptyset) = 1 \Rightarrow P(\emptyset) = 0$.
- $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
  Jevy $A, \overline{A}$ jsou neslučitelné a $P(A) \cup P(\overline{A}) = 1$, takže $P(A) + P(\overline{A}) = 1 \Rightarrow P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.

Z axiomů vyplývají další vlastnosti pravděpodobnosti:

- Je-li $A \subset B$, pak $0 \leq P(A) \leq P(B)$.
  Jestliže $A \subset B$, je $A \cap B = A$ a pro jev B platí $B = \Omega \cap B = (A \cup \overline{A}) \cap B = (A \cap B) \cup (\overline{A} \cap B) = A \cup (\overline{A} \cap B)$. Jevy A a $\overline{A} \cap B$ jsou neslučitelné, a proto $P(B) = P(A) + P(\overline{A} \cap B) \geq P(A)$, neboť $P(\overline{A} \cap B) \geq 0$.
- Je-li $A \subset B$, pak $P(B - A) = P(B) - P(A)$.
  Protože $B - A = \overline{A} \cap B$, plyne z předchozí vlastnosti, že $P(B) = P(A) + P(B - A) \Rightarrow P(B - A) = P(B) - P(A)$.

Z axiomů vyplývají další vlastnosti pravděpodobnosti:

- Je-li $A \subset B$, pak $0 \leq P(A) \leq P(B)$.
  Jestliže $A \subset B$, je $A \cap B = A$ a pro jev B platí $B = \Omega \cap B = (A \cup \overline{A}) \cap B = (A \cap B) \cup (\overline{A} \cap B) = A \cup (\overline{A} \cap B)$. Jevy A a $\overline{A} \cap B$ jsou neslučitelné, a proto
  $P(B) = P(A) + P(\overline{A} \cap B) \geq P(A)$, neboť $P(\overline{A} \cap B) \geq 0$.
- Je-li $A \subset B$, pak $P(B - A) = P(B) - P(A)$.
  Protože $B - A = \overline{A} \cap B$, plyne z předchozí vlastnosti, že
  $P(B) = P(A) + P(B - A) \Rightarrow P(B - A) = P(B) - P(A)$.

Z axiomů vyplývají další vlastnosti pravděpodobnosti:

- Je-li $A \subset B$, pak $0 \leq P(A) \leq P(B)$.
  Jestliže $A \subset B$, je $A \cap B = A$ a pro jev B platí $B = \Omega \cap B = (A \cup \overline{A}) \cap B = (A \cap B) \cup (\overline{A} \cap B) = A \cup (\overline{A} \cap B)$. Jevy A a $\overline{A} \cap B$ jsou neslučitelné, a proto
  $P(B) = P(A) + P(\overline{A} \cap B) \geq P(A)$, neboť $P(\overline{A} \cap B) \geq 0$.
- Je-li $A \subset B$, pak $P(B - A) = P(B) - P(A)$.
  Protože $B - A = \overline{A} \cap B$, plyne z předchozí vlastnosti, že
  $P(B) = P(A) + P(B - A) \Rightarrow P(B - A) = P(B) - P(A)$.

Z axiomů vyplývají další vlastnosti pravděpodobnosti:

- Je-li $A \subset B$, pak $0 \leq P(A) \leq P(B)$.
  Jestliže $A \subset B$, je $A \cap B = A$ a pro jev B platí
  $B = \Omega \cap B = (A \cup \overline{A}) \cap B = (A \cap B) \cup (\overline{A} \cap B) = A \cup (\overline{A} \cap B)$. Jevy A a $\overline{A} \cap B$ jsou neslučitelné, a proto
  $P(B) = P(A) + P(\overline{A} \cap B) \geq P(A)$, neboť $P(\overline{A} \cap B) \geq 0$.
- Je-li $A \subset B$, pak $P(B - A) = P(B) - P(A)$.
  Protože $B - A = \overline{A} \cap B$, plyne z předchozí vlastnosti, že
  $P(B) = P(A) + P(B - A) \Rightarrow P(B - A) = P(B) - P(A)$.

Statistická definice pravděpodobnosti

Definice

Statistická definice pravděpodobnosti je určena vztahem

$$P(A) \approx \frac{n(A)}{n},$$

kde n je počet pokusů, $n(A)$ je četnost jevu A při n pokusech.

S rostoucím počtem pokusů se relativní četnost jevu A blíží k pravděpodobnosti nastoupení jevu A.

Klasická definice pravděpodobnosti

Definice

Jestliže množina elementárních jevů $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}$ je konečná a všechny jevy jsou stejně možné, tzn. $P(\omega_i) = \frac{1}{n}$ pro $i = 1, 2, \ldots, n$, potom je pravděpodobnost dána

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

kde m je počet výsledků příznivých jevu A, n je počet všech možných výsledků.

Příklad 1

Ze sady 32 karet náhodně vybereme 4. Jaká je pravděpodobnost, že mezi nimi budou právě 3 červené (srdce)?

Počet všech možných výsledků je

$$n = \binom{32}{4},$$

Počet všech příznivých výsledků je

$$m = \binom{8}{3}\binom{24}{1},$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\binom{8}{3}\binom{24}{1}}{\binom{32}{4}} = 0{,}037.$$

Příklad 1

Ze sady 32 karet náhodně vybereme 4. Jaká je pravděpodobnost, že mezi nimi budou právě 3 červené (srdce)?

Počet všech možných výsledků je

$$n = \binom{32}{4},$$

Počet všech příznivých výsledků je

$$m = \binom{8}{3}\binom{24}{1},$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\binom{8}{3}\binom{24}{1}}{\binom{32}{4}} = 0{,}037.$$

Příklad 1

Ze sady 32 karet náhodně vybereme 4. Jaká je pravděpodobnost, že mezi nimi budou právě 3 červené (srdce)?

Počet všech možných výsledků je

$$n = \binom{32}{4},$$

Počet všech příznivých výsledků je

$$m = \binom{8}{3}\binom{24}{1},$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\binom{8}{3}\binom{24}{1}}{\binom{32}{4}} = 0{,}037.$$

Příklad 1

Ze sady 32 karet náhodně vybereme 4. Jaká je pravděpodobnost, že mezi nimi budou právě 3 červené (srdce)?

Počet všech možných výsledků je

$$n = \binom{32}{4},$$

Počet všech příznivých výsledků je

$$m = \binom{8}{3}\binom{24}{1},$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\binom{8}{3}\binom{24}{1}}{\binom{32}{4}} = 0{,}037.$$

Příklad 2

Házíme současně dvěma hracími kostkami. Najděte pravděpodobnost, že součet počtu ok bude roven 3.

Trojku mohu hodit dvěma způsoby: 1+2 nebo 2+1. Pravděpodovnost je rovna

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18} = 0{,}056.$$

Příklad 2

Házíme současně dvěma hracími kostkami. Najděte pravděpodobnost, že součet počtu ok bude roven 3.

Trojku mohu hodit dvěma způsoby: 1+2 nebo 2+1. Pravděpodovnost je rovna

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18} = 0{,}056.$$

Příklad 2

Házíme současně dvěma hracími kostkami. Najděte pravděpodobnost, že součet počtu ok bude roven 3.

Trojku mohu hodit dvěma způsoby: 1+2 nebo 2+1. Pravděpodovnost je rovna

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18} = 0{,}056.$$

Příklad 3

Je známo, že v sérii N výrobků je M kvalitních ($N - M$ nekvalitních). Vybereme náhodně (bez vracení) r výrobků. Jaká je pravděpodobnost, že z takto vybraných r výrobků je k kvalitních? Počet všech možných výsledků je

$$n = \binom{N}{r},$$

Počet všech příznivých výsledků je

$$m = \binom{M}{k}\binom{N-M}{r-k},$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\binom{M}{k}\binom{N-M}{r-k}}{\binom{N}{r}}$$

Příklad 3

Je známo, že v sérii N výrobků je M kvalitních ($N - M$ nekvalitních). Vybereme náhodně (bez vracení) r výrobků. Jaká je pravděpodobnost, že z takto vybraných r výrobků je k kvalitních? Počet všech možných

výsledků je

$$n = \binom{N}{r},$$

Počet všech příznivých výsledků je

$$m = \binom{M}{k}\binom{N-M}{r-k},$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\binom{M}{k}\binom{N-M}{r-k}}{\binom{N}{r}}$$

Příklad 3

Je známo, že v sérii N výrobků je M kvalitních ($N - M$ nekvalitních). Vybereme náhodně (bez vracení) r výrobků. Jaká je pravděpodobnost, že z takto vybraných r výrobků je k kvalitních? Počet všech možných

výsledků je

$$n = \binom{N}{r},$$

Počet všech příznivých výsledků je

$$m = \binom{M}{k}\binom{N-M}{r-k},$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\binom{M}{k}\binom{N-M}{r-k}}{\binom{N}{r}}$$

Příklad 3

Je známo, že v sérii N výrobků je M kvalitních ($N - M$ nekvalitních). Vybereme náhodně (bez vracení) r výrobků. Jaká je pravděpodobnost, že z takto vybraných r výrobků je k kvalitních? Počet všech možných

výsledků je

$$n = \binom{N}{r},$$

Počet všech příznivých výsledků je

$$m = \binom{M}{k}\binom{N-M}{r-k},$$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\binom{M}{k}\binom{N-M}{r-k}}{\binom{N}{r}}$$

Geometrická definice pravděpodobnosti

Používáme ji tehdy, můžeme-li náhodné jevy zobrazit geometricky na přímce, v rovině nebo v prostoru.

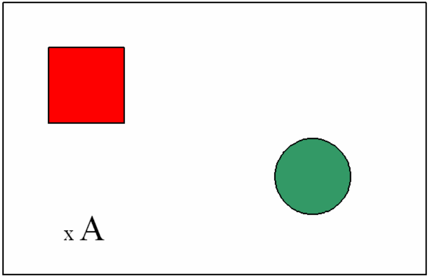
Definice

Množina elementárních jevů má nekonečný počet prvků vytvářejících určitou oblast Ω, která je omezená a uzavřená a má velikost $V(\Omega)$ (vyjádřenou délkou, případně obsahem či objemem). Jev $A \subset \Omega$ tvoří oblast o velikosti $V(A)$, potom je pravděpodobnost jevu A dána

$$P(A) = \frac{V(A)}{V(\Omega)},$$

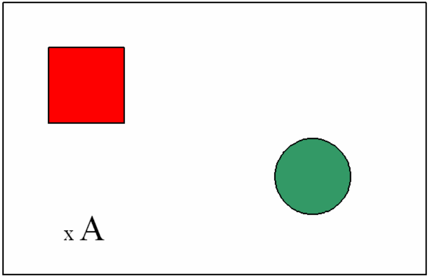
Příklad 1

V rovině je dán obdélník o stranách 10 cm a 5 cm. V tomto obdélníku je čtverec o straně 2 cm a kruh o poloměru 1 cm a bod A. Určete pravděpodobnost, že libovolně vybraný bod padne do čtverce, do kruhu, do bodu A.



Příklad 1

V rovině je dán obdélník o stranách 10 cm a 5 cm. V tomto obdélníku je čtverec o straně 2 cm a kruh o poloměru 1 cm a bod A. Určete pravděpodobnost, že libovolně vybraný bod padne do čtverce, do kruhu, do bodu A.



Příklad 1

Pravděpodobnost, že vybraný bod padne do čtverce je:

- $V(A) = 2 \cdot 2 = 4\ \text{cm}^2$
- $V(\Omega) = 10 \cdot 5 = 50\ \text{cm}^2$
- $$P(A) = \frac{V(A)}{V(\Omega)} = \frac{4}{50} = 0{,}08$$

Příklad 1

Pravděpodobnost, že vybraný bod padne do čtverce je:

- $V(A) = 2 \cdot 2 = 4\ \text{cm}^2$
- $V(\Omega) = 10 \cdot 5 = 50\ \text{cm}^2$
- $$P(A) = \frac{V(A)}{V(\Omega)} = \frac{4}{50} = 0{,}08$$

Příklad 1

Pravděpodobnost, že vybraný bod padne do čtverce je:

- $V(A) = 2 \cdot 2 = 4 \text{ cm}^2$
- $V(\Omega) = 10 \cdot 5 = 50 \text{ cm}^2$
- $$P(A) = \frac{V(A)}{V(\Omega)} = \frac{4}{50} = 0{,}08$$

Příklad 1

Pravděpodobnost, že vybraný bod padne do kruhu je:

- $V(A) = \pi \text{ cm}^2$
- $V(\Omega) = 50 \text{ cm}^2$
- $$P(A) = \frac{V(A)}{V(\Omega)} = \frac{\pi}{50} = 0{,}0628$$

Příklad 1

Pravděpodobnost, že vybraný bod padne do kruhu je:

- $V(A) = \pi$ cm^2
- $V(\Omega) = 50$ cm^2
- $$P(A) = \frac{V(A)}{V(\Omega)} = \frac{\pi}{50} = 0{,}0628$$

Příklad 1

Pravděpodobnost, že vybraný bod padne do kruhu je:

- $V(A) = \pi$ cm^2
- $V(\Omega) = 50$ cm^2
- $$P(A) = \frac{V(A)}{V(\Omega)} = \frac{\pi}{50} = 0{,}0628$$

Příklad 1

Pravděpodobnost, že vybraný bod padne do bodu A je:

- $V(A) = 0 \text{ cm}^2$
- $V(\Omega) = 50 \text{ cm}^2$
- $$P(A) = \frac{V(A)}{V(\Omega)} = \frac{0}{50} = 0$$

Příklad 1

Pravděpodobnost, že vybraný bod padne do bodu A je:

- $V(A) = 0\ \text{cm}^2$
- $V(\Omega) = 50\ \text{cm}^2$
- $$P(A) = \frac{V(A)}{V(\Omega)} = \frac{0}{50} = 0$$

Příklad 1

Pravděpodobnost, že vybraný bod padne do bodu A je:

- $V(A) = 0 \text{ cm}^2$
- $V(\Omega) = 50 \text{ cm}^2$
- $$P(A) = \frac{V(A)}{V(\Omega)} = \frac{0}{50} = 0$$

Příklad 2

Nechť x, y jsou čísla z intervalu $[0; 1]$. Jaká je pravděpodobnost, že jejich součet bude menší než 1 a zároveň jejich součin nebude větší než $2/9$?

- součet menší než 1

$$x + y < 1 \Leftrightarrow y < 1 - x$$

- součin menší než $2/9$

$$xy < \frac{2}{9} \Leftrightarrow y < \frac{2}{9x}$$

Příklad 2

Nechť x, y jsou čísla z intervalu $[0; 1]$. Jaká je pravděpodobnost, že jejich součet bude menší než 1 a zároveň jejich součin nebude větší než $2/9$?

- součet menší než 1

$$x + y < 1 \Leftrightarrow y < 1 - x$$

- součin menší než $2/9$

$$xy < \frac{2}{9} \Leftrightarrow y < \frac{2}{9x}$$

Příklad 2

Nechť x, y jsou čísla z intervalu $[0; 1]$. Jaká je pravděpodobnost, že jejich součet bude menší než 1 a zároveň jejich součin nebude větší než $2/9$?

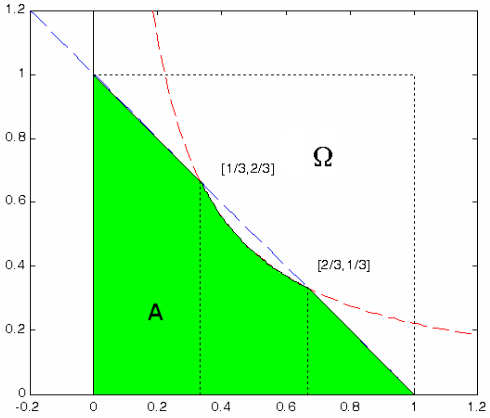
- součet menší než 1

$$x + y < 1 \Leftrightarrow y < 1 - x$$

- součin menší než $2/9$

$$xy < \frac{2}{9} \Leftrightarrow y < \frac{2}{9x}$$

Příklad 2



Příklad 2

- $$V(\Omega) = 1$$
- $$V(A) = \int_0^{1/3} (1-x)dx + \int_{1/3}^{2/3} \frac{2}{9x} dx + \int_{2/3}^{1} (1-x)dx = 0{,}487$$
- $$P(A) = \frac{V(A)}{V(\Omega)} = 0{,}487$$

Příklad 2

- $$V(\Omega) = 1$$
- $$V(A) = \int_{0}^{1/3} (1-x)dx + \int_{1/3}^{2/3} \frac{2}{9x} dx + \int_{2/3}^{1} (1-x)dx = 0{,}487$$
- $$P(A) = \frac{V(A)}{V(\Omega)} = 0{,}487$$

Příklad 2

- $$V(\Omega) = 1$$
- $$V(A) = \int_{0}^{1/3} (1-x)dx + \int_{1/3}^{2/3} \frac{2}{9x} dx + \int_{2/3}^{1} (1-x)dx = 0{,}487$$
- $$P(A) = \frac{V(A)}{V(\Omega)} = 0{,}487$$