Testování hypotéz – jednovýběrové testy

Jiří Neubauer

Katedra ekonometrie, FVL, UO Brno
kancelář 69a, tel. 973 442029
email:Jiri.Neubauer@unob.cz

Test o parametru μ normálního rozdělení

Nechť $X_1, X_2, \dots, X_n$ je náhodný výběr z rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$. Statistika

$$T = \frac{\overline{X} - \mu}{S}\sqrt{n}$$

má Studentovo rozdělení s $n-1$ stupni volnosti. Využijeme této statistiky pro konstrukci testu o parametru μ.

Test o parametru μ normálního rozdělení

Nechť $x_1, x_2, \ldots, x_n$ značí hodnoty náhodného výběru (naměřená data), $\overline{x}$ aritmetický průměr a s je výběrová směrodatná odchylka. Testujeme hypotézu, že parametr μ je roven hodnotě μ_0:

$$H : \mu = \mu_0,$$

testové kriterium je statistika

$$t = \frac{\overline{x} - \mu_0}{s} \sqrt{n},$$

která má při platnosti hypotézy H Studentovo t-rozdělení s $\nu = n - 1$ stupni volnosti.

Test o parametru μ normálního rozdělení

Podle alternativní hypotézy volíme následující kritické obory:

alternativní hypotéza	**kritický obor**
$A : \mu > \mu_0$	$W_\alpha = \{t, t \geq t_{1-\alpha}(\nu)\}$
$A : \mu < \mu_0$	$W_\alpha = \{t, t \leq -t_{1-\alpha}(\nu)\}$
$A : \mu \neq \mu_0$	$W_\alpha = \left\{t, \lvert t\rvert \geq t_{1-\frac{\alpha}{2}}(\nu)\right\}$

kde $t_{1-\alpha}(\nu)$, $t_{1-\frac{\alpha}{2}}(\nu)$ jsou kvantily Studentova rozdělení.

Test o parametru σ^2 normálního rozdělení

Nechť $X_1, X_2, \ldots, X_n$ je náhodný výběr z rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$. Statistika

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$$

má Pearsonovo rozdělení s $n-1$ stupni volnosti. Využijeme této statistiky pro konstrukci testu o parametru σ^2.

Test o parametru σ^2 normálního rozdělení

Nechť $x_1, x_2, \ldots, x_n$ značí hodnoty náhodného výběru (naměřená data), s^2 je výběrový rozptyl.
Testujeme hypotézu, že parametr σ^2 je roven hodnotě σ_0^2:

$$H : \sigma^2 = \sigma_0^2,$$

testové kriterium je statistika

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$$

která má při platnosti hypotézy H Pearsovovo χ^2-rozdělení s $\nu = n - 1$ stupni volnosti.

Test o parametru σ^2 normálního rozdělení

Podle alternativní hypotézy volíme následující kritické obory:

alternativní hypotéza	**kritický obor**
$A: \sigma^2 > \sigma_0^2$	$W_\alpha = \left\{\chi^2, \chi^2 \geq \chi^2_{1-\alpha}(\nu)\right\}$
$A: \sigma^2 < \sigma_0^2$	$W_\alpha = \left\{\chi^2, \chi^2 \leq \chi^2_{\alpha}(\nu)\right\}$
$A: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$W_\alpha = \left\{\chi^2, \chi^2 \leq \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(\nu) \text{ nebo } \chi^2 \geq \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(\nu)\right\}$

kde $\chi^2_{1-\alpha}(\nu)$, $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(\nu)$ jsou kvantily Pearsonova rozdělení.

Test hypotézy o střední hodnotě

Nechť $X_1, X_2, \ldots, X_n$ je náhodný výběr z nějakého libovolného rozdělení se střední hodnotou μ. Statistika

$$U = \frac{\overline{X} - \mu}{S}\sqrt{n}$$

má podle CLV pro velké n přibližně normální rozdělení $N(0,1)$. Využijeme této statistiky pro konstrukci testu o parametru μ.

Test hypotézy o střední hodnotě

Nechť $x_1, x_2, \ldots, x_n$ značí hodnoty náhodného výběru (naměřená data), $\overline{x}$ aritmetický průměr a s je výběrová směrodatná odchylka.
Testujeme hypotézu, že parametr μ je roven hodnotě μ_0:

$$H : \mu = \mu_0,$$

testové kriterium je statistika

$$u = \frac{\overline{x} - \mu_0}{s}\sqrt{n},$$

která má při platnosti hypotézy H asymptoticky normální rozdělení $N(0, 1)$.

Test hypotézy o střední hodnotě

Podle alternativní hypotézy volíme následující kritické obory:

alternativní hypotéza	**kritický obor**
$A: \mu > \mu_0$	$W_\alpha = \{u, u \geq u_{1-\alpha}\}$
$A: \mu < \mu_0$	$W_\alpha = \{u, u \leq -u_{1-\alpha}\}$
$A: \mu \neq \mu_0$	$W_\alpha = \left\{u, \lvert u\rvert \geq u_{1-\frac{\alpha}{2}}\right\}$

kde $u_{1-\alpha}$, $u_{1-\frac{\alpha}{2}}$ jsou kvantily rozdělení $N(0,1)$.

Test hypotézy o podílu

Předpokládejme, že máme náhodný výběr o rozsahu n za základního souboru s podílem π nebo ekvivalentně z alternativního rozdělení s parametrem π. Nestranný odhad podílu π je výběrový podíl $\hat{\pi}$. Podle CLV platí, že náhodná veličina

$$U = \frac{\hat{\pi} - \pi}{\sqrt{\pi(1-\pi)/n}}$$

má pro $n \to \infty$ přibližně normální rozdělení $N(0,1)$. Tohoto tvrzení použijeme při konstrukci testu o podílu.

Test hypotézy o podílu

Nechť $\hat{\pi}$ je odhad podílu v základním souboru na základě výběru o rozsahu n.
Testujeme hypotézu, že parametr π je roven hodnotě π_0:

$$H : \pi = \pi_0,$$

testové kriterium je statistika

$$u = \frac{\hat{\pi} - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1 - \pi_0)/n}}$$

která má při platnosti hypotézy H asymptoticky normální rozdělení $N(0, 1)$.

Test hypotézy o podílu

Podle alternativní hypotézy volíme následující kritické obory:

alternativní hypotéza	**kritický obor**
$A : \pi > \pi_0$	$W_\alpha = \{u, u \geq u_{1-\alpha}\}$
$A : \pi < \pi_0$	$W_\alpha = \{u, u \leq -u_{1-\alpha}\}$
$A : \pi \neq \pi_0$	$W_\alpha = \left\{u, \lvert u\rvert \geq u_{1-\frac{\alpha}{2}}\right\}$

kde $u_{1-\alpha}$, $u_{1-\frac{\alpha}{2}}$ jsou kvantily rozdělení $N(0, 1)$.