Základy operačního výzkumu

Přednáška č. 8

Jiří Neubauer

Katedra ekonometrie FEM UO Brno

Parametrizace pravých stran

Mějme úlohu

$$z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \quad \rightarrow \quad \max$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = \delta_i + \gamma_i \lambda \quad (i = 1, 2, \ldots, m)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \ldots, m)$$

λ je proměnný parametr zadaný v intervalu $\langle p, P \rangle$, kde $p, P \in \mathbb{R}$.

Parametrizace pravých stran

Postup při řešení:

- Sestavíme výchozí simlexovou tabulku, kterou rozšíříme o sloupec $\overrightarrow{b(p)}$ (vektor pravých stran pro $\lambda = p$). Takto upravenou úlohu řešíme simplexovou, příp. duálně simplexovou metodou.

Parametrizace pravých stran

Postup při řešení:

- Sestavíme výchozí simlexovou tabulku, kterou rozšíříme o sloupec $\overrightarrow{b(p)}$ (vektor pravých stran pro $\lambda = p$). Takto upravenou úlohu řešíme simplexovou, příp. duálně simplexovou metodou.
- Mohou nastat tyto případy:
  a) při řešení nemá úloha ani jedno přípustné řešení
  b) úloha nemá konečné optimální řešení
  c) úloha má pro $\lambda = p$ optimální řešení

Parametrizace pravých stran

- V případě c), tedy najdeme optimální řešení pro případ $\lambda = p$, přejdeme k vlastní parametrizaci. Určíme, pro které hodnoty parametru λ jsou splněny podmínky primární přípustnosti $\rightarrow$ určíme interval $\langle \underline{\lambda}, \overline{\lambda} \rangle$. Pokud je horní mez tohoto intervalu $\overline{\lambda} < P$, pokračujeme dále DSM pro $\lambda > \overline{\lambda}$.

Parametrizace pravých stran

- V případě c), tedy najdeme optimální řešení pro případ $\lambda = p$, přejdeme k vlastní parametrizaci. Určíme, pro které hodnoty parametru λ jsou splněny podmínky primární přípustnosti $\rightarrow$ určíme interval $\langle \underline{\lambda}, \overline{\lambda} \rangle$. Pokud je horní mez tohoto intervalu $\overline{\lambda} < P$, pokračujeme dále DSM pro $\lambda > \overline{\lambda}$.
- Předchozí krok opakujeme, dokud nedostaneme $\overline{\lambda} \geq P$, tak určíme řešení pro všechna $\lambda \in \langle p, P \rangle$.

Parametrizace pravých stran

Řešte úlohu LP

$$
\begin{aligned}
x_1 + x_2 &\leq 12 - 1/2\lambda \\
3x_1 + x_2 &\leq 18 + 2\lambda
\end{aligned}
$$

$$z = x_1 + 2x_2 \quad \rightarrow \quad \max$$

$$x_1, x_2 \geq 0, \quad \lambda \in \langle -9, 24 \rangle$$

Parametrizace koeficientů účelové funkce

Mějme úlohu

$$z = \sum_{j=1}^{n} (\sigma_j + \tau_j \nu) x_j \quad \rightarrow \quad \max$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \quad (i = 1, 2, \ldots, m)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \ldots, m)$$

ν je proměnný parametr zadaný v intervalu $\langle p, P \rangle$, kde $p, P \in \mathbb{R}$.
Změny koeficientů účelové funkce mají vliv na duální řešení.

Parametrizace koeficientů účelové funkce

Postup při řešení:

- Sestavíme výchozí simplexovou tabulku, kterou rozšíříme o řádek, v němž za parametr ν dosadíme dolní mez ($\nu = p$). Úlohu řešíme simplexovou metodou.

Parametrizace koeficientů účelové funkce

Postup při řešení:

- Sestavíme výchozí simplexovou tabulku, kterou rozšíříme o řádek, v němž za parametr ν dosadíme dolní mez ($\nu = p$). Úlohu řešíme simplexovou metodou.
- Mohou nastat tyto případy
  a) úloha nemá přípustné řešení
  b) úloha nemá pro $\nu = p$ konečné optimální řešení
  c) úloha má pro $\nu = p$ optimální řešení

Parametrizace koeficientů účelové funkce

- V případě c) zavedeme vlastní parametrizaci, tj. určíme, pro které hodnoty ν je řešení optimální (jsou splněny podmínky duální přípustnosti). Určíme interval $\langle \underline{\nu}, \overline{\nu} \rangle$. Pokud $\overline{\nu} < P$, pak pokračujeme SM pro $\nu > \overline{\nu}$.

Parametrizace koeficientů účelové funkce

- V případě c) zavedeme vlastní parametrizaci, tj. určíme, pro které hodnoty ν je řešení optimální (jsou splněny podmínky duální přípustnosti). Určíme interval $\langle \underline{\nu}, \overline{\nu} \rangle$. Pokud $\overline{\nu} < P$, pak pokračujeme SM pro $\nu > \overline{\nu}$.
- Předchozí bod opakujeme, dokud nedostaneme $\overline{\nu} \geq P$.

Parametrizace koeficientů účelové funkce

Řešte úlohu LP

$$
\begin{aligned}
x_1 + x_2 &\leq 10 \\
x_2 &\leq 6 \\
z = (3+\nu)x_1 + (2-\nu)x_2 \quad &\rightarrow \quad \max \\
x_1, x_2 \geq 0, \quad &\nu \in (-\infty, \infty)
\end{aligned}
$$